

جمهورية العراق وزارة التعليم العالي والبحث العلمي جامعة بغداد – كلية التربية ابن الهيثم قسم الرياضيات

# حول أحفر (أعظم) مقاسات التوسع

رسالة جامعة بغداد – إبن الهيثم –مقدمة إلى كلية التربية وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الرياضيات

> من قبل **رنا نوري مجيد**

بإشراف أ.د.إنعام محمد علي هادي

آب

## المستخلص

لتكن R حلقة إبدالية ذات عنصر محايد و M مقاس أحادي أيسر معرف عليها.

يدعى المقاس M بأنه مقاس توسع (مقاس -CS) اذا كان كل مقاس جزئي هو مقاس جوهري (جزئي واسع) في مركبة مجموع مباشر. وهذا يكافىء M مقاس توسع اذا كان كل مقاس جزئي مغلق هو مركبة مجموع مباشر.

ان صنف مقاسات التوسع هو اعمام المقاسات شبه الاغمارية.

منذ 1980، مختلف الباحثون امثال هارادا، ميلر هاين، دونك، سميث و وسبر قاموا بدراسة خاصية التوسع وعليه دراسة نظرية مقاسات التوسع أخذت مساحة واسعة في البحوث المهتمة بدراسة نظرية الحلقات والمقاسات والتي لا تزال في تقدم.

قام الحازمي في سنة 2005 بتقديم إعمام لأصغر (أعظم) مقاسات التوسع حيث لكل مقاس جزئي مغلق (مع تالف غير مساوي للصفر) من M هو مركبة مجموع مباشر.

هدفنا في هذا البحث هو دراسة أصغر (أعظم) مقاسات التوسع. الكثير من التمييزات والخصائص لهذه المفاهيم قد قدمت وكذلك العلاقات بين أصغر (أعظم) مقاسات التوسع وأصناف مقاسات أخرى متعلقة قد درست.

Republic of Iraq
Ministry of Higher Education
and Scientific Research
Baghdad University
College of Education, Ibn Al-Haitham
Department of Mathematics



### On Min (Max)-CS Modules

#### A Thesis

Submitted to the College of Education (Ibn Al-Haitham), University of Baghdad as a Partial Fulfillment of the Requirements for the degree of Master of Science in Mathematics

Rana Noori Majeed Al-Qaragholy

Supervised by

Prof.Dr. Inaam Mohammed Ali Hadi

August 2011

#### **ABSTRACT**

Let R be a commutative ring with identity and let M be a unital left R-module. M is called CS (or extending) module if every submodule is essential in a direct summand. Equivalently, M is CS if every closed submodule is a direct summand. The class of CS-modules is a generalization of quasi-injective modules. Since 1980, various authors like Harda, B.Muller, Dung, Huynh, Smith and Wisbaure studied the CS-property. Thus the study of CS-module theory has a major area of research interest in ring theory and module theory and still being developed.

H.S. Al-Hazmi at 2005, introduced a generalization of CS-module namely min-CS (max-CS) module if every minimal closed (maximal closed with non zero annihilator) submodule of M is a direct summand.

The purpose of this work is to study min (max)-CS modules. Many characterizations and properties of these concepts are given. Also the relations between min (max) CS- modules and other related classes of modules are studied.